# СЛАУ

Рассмотрим несколько примеров решения систем уравнений в Mathcad Express.

## «Хорошие» СЛАУ

Рассмотрим СЛАУ с невырожденной квадратной матрицей.

### Графическое решение хорошо обусловленной СЛАУ

Решим задачу: Если одна груша и два яблока весят 350 г, а три груши и четыре яблока весят 850 г. Сколько весит яблоко (в граммах)?

Изображение выглядит как текст, линия, График, число

Автоматически созданное описание

### Решение СЛАУ через обратную матрицу

приведем решение в Mathcad Express системы уравнений, которую мы на позапрошлом шаге решали графически:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, линия, число

Автоматически созданное описание

### Однородные СЛАУ

## Теорема Кронекера-Капелли

Реш

## "Хорошие" СЛАУ с прямоугольной матрицей

Системы, в которых число уравнений больше числа неизвестных также могут быть "хорошими" в том смысле, что их решение существует и единственно. Понятно, что для этого некоторые уравнения должны выражаться линейной комбинацией остальных уравнений, причем это касается и левых, и правых частей, что необходимо для совместности СЛАУ.

Из теоремы Кронекера-Капелли следует, что, если ранг расширенной матрицы равен рангу матрицы **A** и, к тому же, равен числу неизвестных, то решение системы существует и является единственным. Приведем пример такой системы в Mathcad:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, число, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Если ранг **В** равен рангу **А**, (в нашем примере эти ранги равны k=3), то СЛАУ имеет решения. Чтобы его (а в общем случае - их -  т.к., в общем случае, если k меньше числа неизвестных, то решений будет бесконечно много) найти, надо выбрать из исходной СЛАУ ровно k уравнений, матрица **F** для которых будет невырожденной,и решить ее:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, число, линия

Автоматически созданное описание

Таким образом, исходная система имеет единственное решение, которое мы и нашли в последней строке программы Mathcad.

## «Плохие» СЛАУ

## Теорема Кронекера-Капелли

Реш

Рассмотрим классификацию вырожденных СЛАУ, т.е. таких, у которых если det **A** = 0.

#### Решения не существует

СЛАУ с вырожденной матрицей является несовместной, если ранги основной и расширенной матриц не совпадают:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, число, линия

Автоматически созданное описание

#### Решений бесконечно много

Если ранги основной и расширенной матриц равны, то решения СЛАУ существуют, и их бесконечно много. Рассмотрим соответствующий пример:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, число, снимок экрана

Автоматически созданное описание

### Вырожденные СЛАУ

им задачу: Если одна груша и два яблока весят 350 г, а три груши и четыре яблока весят 850 г.

### Переопределенные СЛАУ

На практике (особенно в последнее время) задачи отыскания решения переопределенных СЛАУ встречаются довольно часто. Например, переопределенной является система из задачи, сформулированной на предыдущем шаге. Поскольку ранги основной и расширенной матриц не совпадают, то, согласно теореме Кронекера-Капелли, точного решения она не имеет:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, число, кроссворд

Автоматически созданное описание

Тем не менее, определенное сочетание неизвестных можно выделить (в Mathcad для этого применяется функция lsolve, которая, увы, в версии Express недоступна)

Изображение выглядит как текст, Шрифт, линия, число

Автоматически созданное описание

### Недоопределенные СЛАУ

В качестве примера вырожденной системы с квадратной матрицей 3х3 приведем задачу, предложенную на предыдущем шаге. Она приводила к следующей СЛАУ, свойства которой можно исследовать в Mathcad Express:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, число, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Поскольку ранг раширенной матрицы  **В** равен рангу **А**, причем значение этого ранга k= 2 меньше числа неизвестных, то СЛАУ имеет бесконечно много решений. Чтобы найти их, надо выбрать из исходной СЛАУ ровно k уравнений так, чтобы ранг матрицы **F** этой СЛАУ был равен k.  Матрица **F** будет прямоугольной, т.е. решений системы будет бесконечно много, но их можно будет записать в обозримом виде.